

## ESTIMATION DES ACTIONS THERMIQUES CARACTÉRISTIQUES

# ANNEXE

L'analyse des déformations thermiques dans les tabliers de ponts montre que celles-ci proviennent principalement de deux grandeurs : la **température moyenne** de la structure et le **gradient thermique vertical** (§§ 6.1.2 de l'Eurocode 1, réf. [1]). Comme ces deux grandeurs sont, pour une même section de pont, variables dans le temps, l'Eurocode 1 recommande d'en prendre en compte une valeur représentative, c'est-à-dire un fractile correspondant à une période de retour conventionnelle. L'annexe 1A de l'Eurocode 1 appelle températures minimale et maximale annuelles, les températures correspondant à une probabilité de dépassement de 2 %. Autrement dit,

$$P(T \leq T_{\min}) = P(T \geq T_{\max}) = 0,02$$

Les valeurs forfaitaires de ces valeurs données par l'Eurocode sont par nature pessimistes, puisqu'elles s'appliquent à des typologies d'ouvrage générales, et à un découpage régional. Pour obtenir des valeurs mieux adaptées à un ouvrage particulier en tenant compte de ses caractéristiques géométriques et de site, il faut estimer cette probabilité à partir de mesures locales, menées sur une période d'observation suffisamment longue. L'objectif est de reconstituer la fonction de répartition de la température moyenne et du gradient thermique (fig. 1).

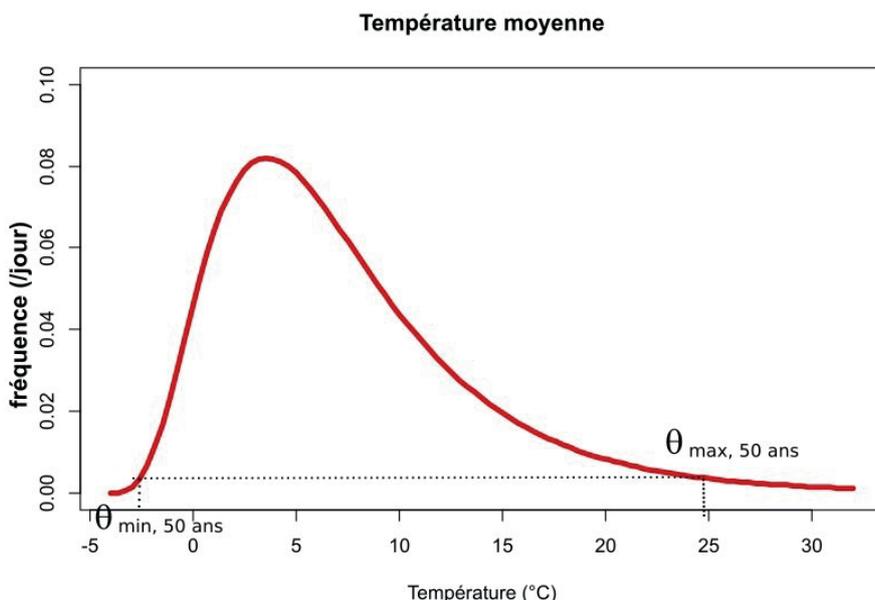


Fig. 1 - Courbe de répartition de la température moyenne et températures cinquantennales (fractiles à 2 % et 98 %)

En pratique, on recueille une série temporelle de température : par exemple la température moyenne et le gradient de température d'une section déterminée du tablier d'un pont, du mois de mars de l'année N au mois de mars de l'année N+3. De là, en formant l'histogramme des températures, on obtient la forme générale de la fonction de répartition de la température moyenne et du gradient thermique (fig. 2).

Afin d'estimer les probabilités réglementaires, il se pose alors le problème du calage d'une loi de probabilité sur ces deux histogrammes :

## ANNEXE À LA FICHE E1.1 ESTIMATION DES ACTIONS THERMIQUES CARACTÉRISTIQUES.

- Quelle loi de probabilité adopter,
- Quelle est l'incertitude résultant de ce choix.

Lorsque l'on dispose d'un calage, le calcul des actions thermiques représentatives découle d'un simple calcul.

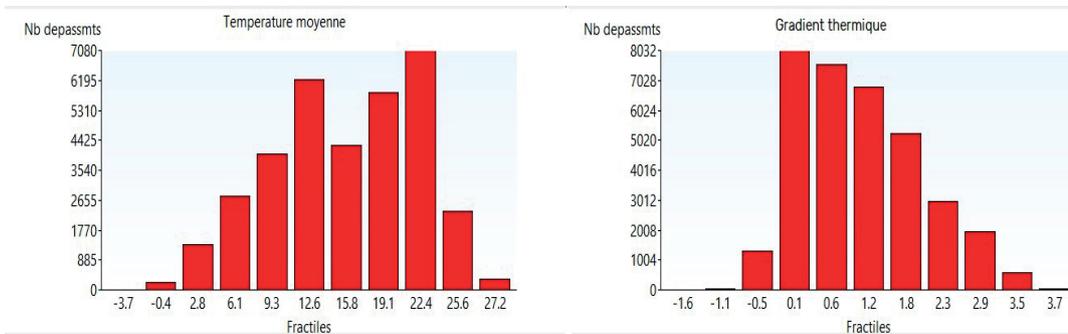


Fig. 2 - Histogrammes de la température moyenne et du gradient d'un viaduc d'accès au pont de Cheviré entre 2009 et 2013.

### Calage d'une loi de probabilité

La série temporelle des températures mesurées sur une structure présente des périodicités évidentes, qu'il convient d'exploiter pour parvenir à une estimation utilisable :

- des alternances jour-nuit,
- des alternances été-hiver (annuelles).

C'est pourquoi les règlements se placent d'emblée au niveau des températures min et max journalières. En pratique, il convient d'abord de les déterminer.

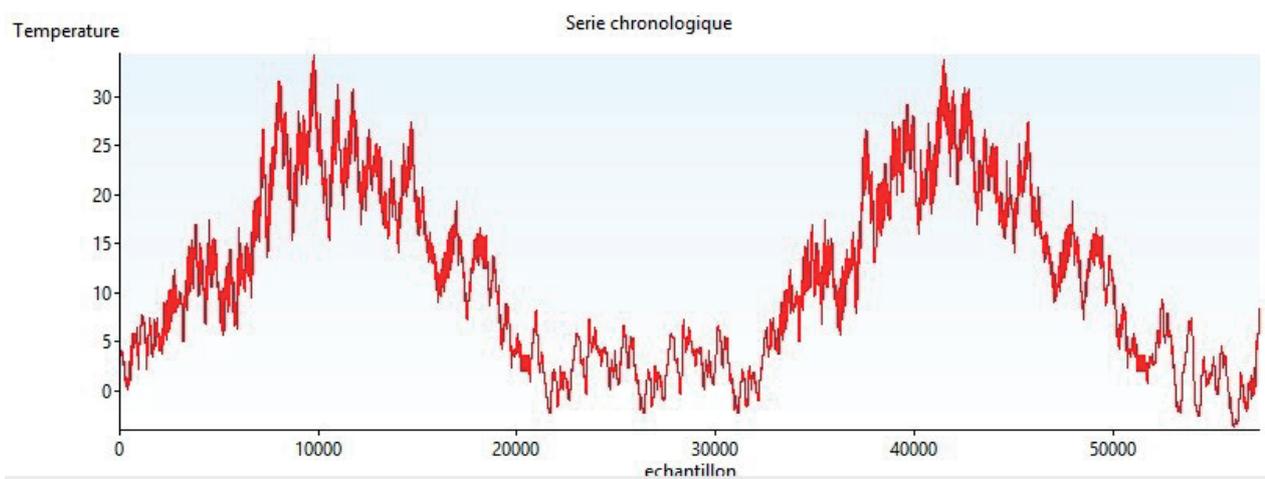


Fig. 2 - Série chronologique de la température moyenne dans une section de tablier (un enregistrement toutes les 20 min).

On peut ainsi s'intéresser, soit à la distribution des extremums de températures journalières, soit à la distribution des extremums de température annuels : ce dernier cas est cependant exceptionnel pour les ponts, puisqu'il suppose la présence d'une station météorologique ancienne à proximité. Pratiquement, l'instrumentation d'un pont conduit à l'étude des extremums journaliers.

## ANNEXE À LA FICHE E1.1 ESTIMATION DES ACTIONS THERMIQUES CARACTÉRISTIQUES.

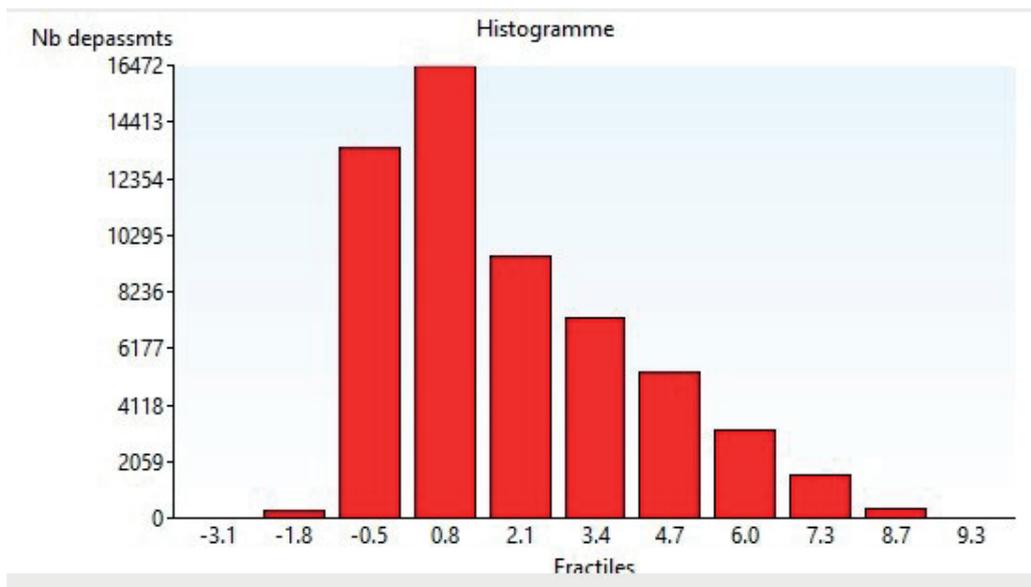


Fig. 3 - Histogramme du gradient thermique dans un pont caisson.

Les lois de probabilités utilisées pour le calage sont en principe des « lois de valeurs extrêmes ». Ce sont des lois de probabilité qui résultent du processus d'extraction des valeurs minimum et maximum d'échantillons gaussiens indépendants. Autrement dit, si  $X \rightarrow N(m, \sigma)$ ,  $Y = \max(X)$  suit une loi extrême.

On montre qu'il n'y a que trois lois de ce type :

- la loi de Gumbel, appelée loi extrême de type I dans l'Eurocode I,
- la loi de Fréchet,
- la loi de Fisher-Tippett III.

En outre, en raison du théorème de la limite centrale, la moyenne arithmétique des échantillons de chacune de ces trois lois converge vers une loi de Gauss lorsque l'effectif de l'échantillon de valeurs extrêmes est élevé.

À partir de l'échantillon dont on dispose, on détermine les paramètres de la loi. Pour Gumbel et Fréchet, comme pour la loi de Gauss, il y a deux paramètres empiriques à déterminer. Pour cela, on utilise le plus souvent une régression linéaire sur un diagramme quantile-quantile (diagramme QQ) : fig. 4. Cette méthode porte le nom de « droite de Henry » lorsque la loi est gaussienne.

Le diagramme QQ est une exploitation graphique de la probabilité empirique des valeurs enregistrées. Si l'on dispose d'un échantillon de  $N$  valeurs de gradient thermique  $\Delta\theta$  dans une section d'un tablier de pont :  $\{\Delta\theta_1, \Delta\theta_2, \dots, \Delta\theta_N\}$  et que l'on classe ces valeurs par ordre croissant :

$$\{\Delta\theta_{1,N}, \Delta\theta_{2,N}, \dots, \Delta\theta_{N,N}\}$$

la valeur  $\Delta\theta_{p,N}$  ( $p \leq N$ ) a une probabilité empirique

—

de ne pas être dépassée. Si on considère une loi de probabilité théorique comme la loi de Gauss de moyenne  $m$  et d'écart-type  $\sigma$ , cette probabilité  $p/N$  correspondrait à une valeur  $\Delta\theta$  donnée par :

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{m,\sigma}(\Delta\theta) = \Phi\left(\frac{\Delta\theta - m}{\sigma}\right) \\ \text{où } \Phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \exp(-u^2/2) \cdot du \end{array} \right.$$

## ANNEXE À LA FICHE E1.1 ESTIMATION DES ACTIONS THERMIQUES CARACTÉRISTIQUES.

On peut donc calculer, pour une loi de probabilité dont on connaît la forme  $F$ , les valeurs  $u_p$  telles que  $F(u_p) = \frac{p}{N}$ ,  $N$  étant la taille de l'échantillon sur lequel on veut caler cette loi (dans le cas d'une loi de Gauss, ou loi normale, ces valeurs  $u_p$  sont appelées « normits »).

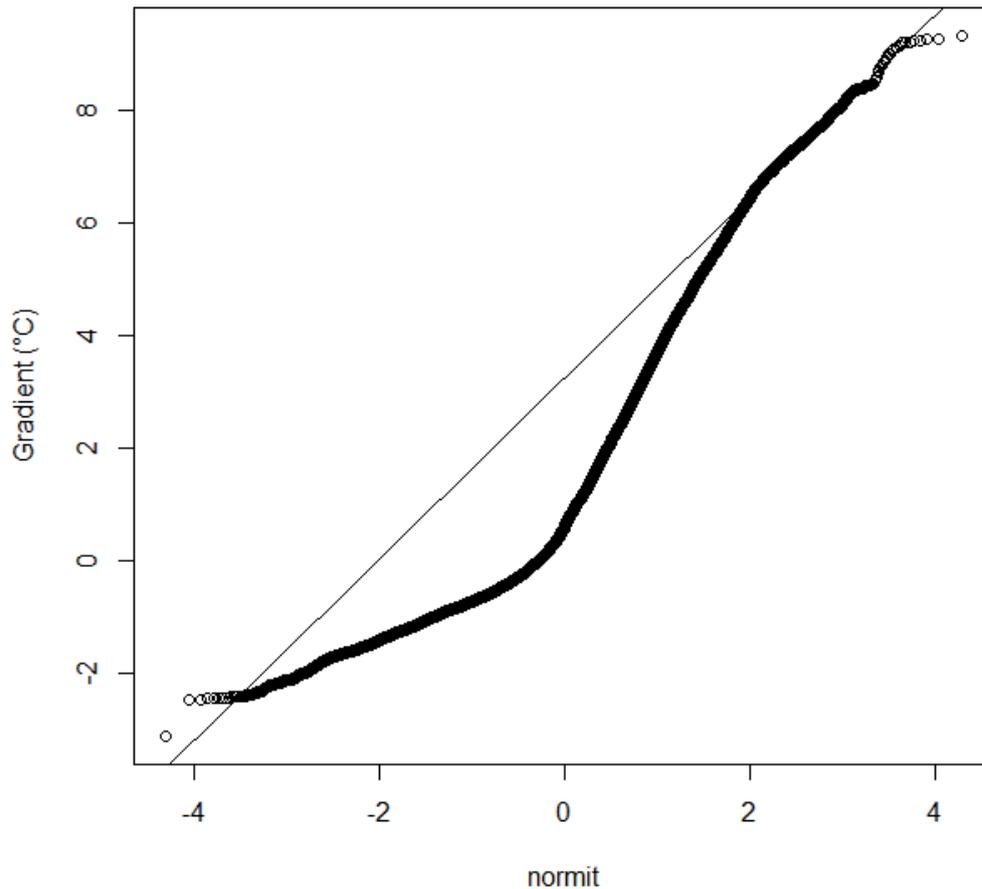


Fig. 4 - Diagramme de Henry de la série complète des gradients : deux demi-droites (correspondant à deux gaussiennes) permettent d'estimer les valeurs rares.

Les points (gradients) de l'échantillon trié :

$$\{\Delta\theta_{1,N}, \Delta\theta_{2,N}, \dots, \Delta\theta_{N,N}\}.$$

sont reportés sur un graphique  $(u_p, \Delta\theta_{p,N})$ . L'intérêt de cette construction est que la fonction d'accumulation d'une loi  $F_{m,\sigma}$ , de même forme que  $F$ , mais dépendant de deux paramètres  $m$  et  $\sigma$ , est, par construction, représentée par une droite. Ses deux paramètres seront déterminés par la pente et l'ordonnée à l'origine de la droite de régression. La dispersion de l'échantillon autour de cette droite permet de calculer une incertitude sur l'estimation des valeurs décennales, cinquanteennes, etc.

Sur le diagramme quantile-quantile du gradient thermique d'un caisson en béton, les mesures font souvent ressortir l'asymétrie de distribution du gradient positif (de grande amplitude, de par l'ensoleillement à l'extrados), et du gradient négatif. Une régression linéaire sur toute la plage des écarts de température ne serait pas représentative. Pratiquement, on peut rechercher une loi de probabilité pour les gradients positifs, et une autre loi pour les gradients négatifs : ce qui revient sur le diagramme QQ à caler deux demi-droites (fig. 5).

## ANNEXE À LA FICHE E1.1 ESTIMATION DES ACTIONS THERMIQUES CARACTÉRISTIQUES.

Comme le calage de la loi de probabilité sert à déterminer les valeurs de gradient associées à une période de retour élevée (typiquement : 50 ans), c'est la queue (ou « traîne ») de la fonction de répartition qui importe, et c'est là que la régression doit être convenable. Mais c'est aussi pour les événements rares (gradients positifs ou négatifs extrêmes) que la dispersion est la plus grande. Pratiquement, il faut choisir, parmi les lois offrant une bonne précision pour les valeurs courantes, la meilleure pour les événements rares.

Une difficulté se présente avec cette méthode : les lois de valeurs extrêmes sont des distributions bilatérales, c'est-à-dire que des écarts de température physiquement absurdes sont affectés d'une probabilité non nulle dans ces modèles. Par conséquent, il n'est pas impossible, pour une probabilité faible et un échantillon de mesure insuffisant, de trouver par cette méthode des températures ou des gradients thermiques physiquement absurdes (par exemple une température moyenne supérieure à 50°C ou un gradient thermique négatif inférieur à -10°C). Il faudrait, idéalement, utiliser des lois à support borné, ne serait-ce que parce que les températures ne sont jamais inférieures à -40°C ou supérieures à 50°C en France métropolitaine.

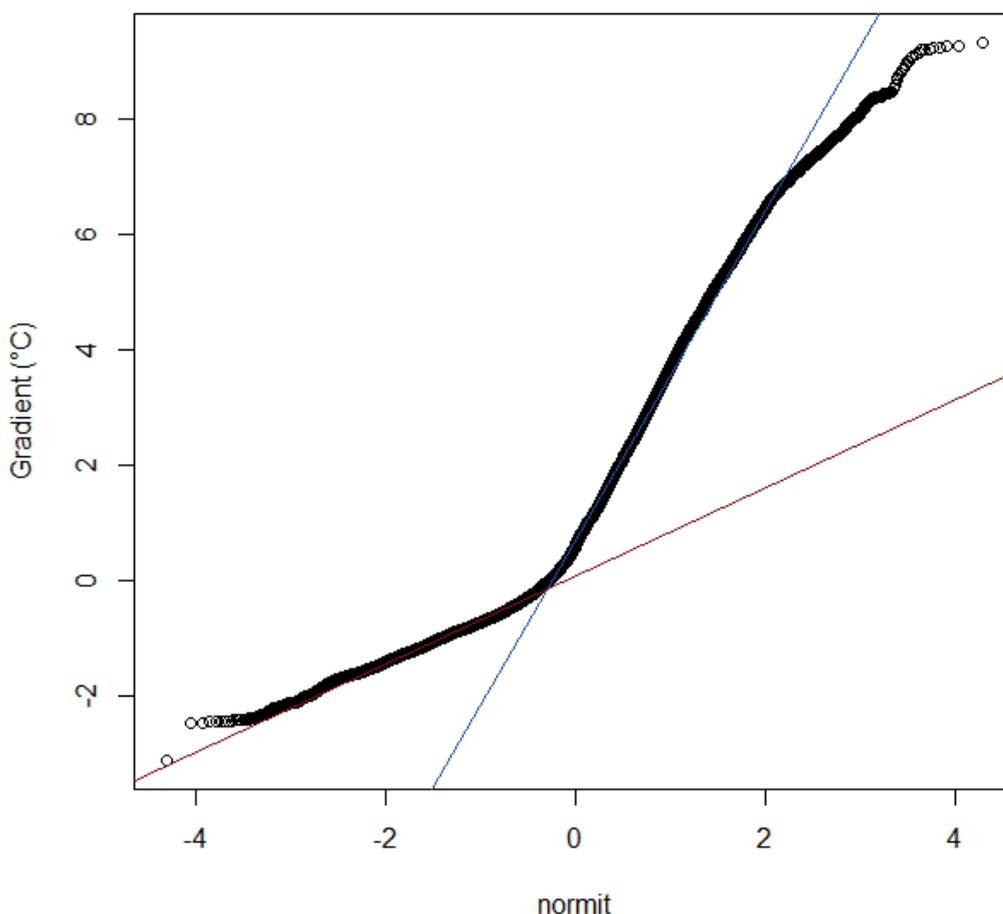


Fig. 5 - Calage d'une loi normale pour les gradients négatifs (en rouge) et pour les gradients positifs (en bleu) d'un pont caisson en béton, avec trois mesures par heure (57 450 mesures).

## Utilisation de la loi de probabilité

La construction illustrée par la figure 5 donne :

- Pour le gradient positif,
  - l'ordonnée à l'origine  $\Delta\theta^+ = 0.716 \text{ °C}$  , qui est le gradient thermique positif moyen, estimé par régression d'une loi normale,
  - et la pente  $m = 2.8522128 \text{ °C}$ , qui est l'écart-type du gradient thermique positif.
- Pour le gradient négatif,
  - l'ordonnée à l'origine  $\Delta\theta^- = 0.082 \text{ °C}$ , positive mais voisine de zéro,
  - et la pente  $m = 0.76188611$ .

Ces lois correspondent à 57 450 mesures, effectuées à une fréquence d'enregistrement de trois mesures par heure ; le gradient thermique positif cinquantennal est associé à la probabilité de non-dépassement :

$$p = \frac{1}{50 \times 3 \times 24 \times 365,25} \approx 7,605 \times 10^{-7}$$

Pour le gradient positif, on a calé la gaussienne

$$\left\{ \begin{array}{l} F(\Delta\theta^+) = \Phi\left(\frac{\Delta\theta - 0,7163}{2.852}\right) \\ \text{où } \Phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \exp(-u^2/2) \cdot du \end{array} \right.$$

$$F+(\Delta\theta) = 1 - 7,6 \times 10^{-7} \Rightarrow \Delta\theta_{50+} = +14,4\text{°C}$$

Pour le gradient négatif, on a calé une gaussienne  $F(\Delta\theta^-) = \Phi\left(\frac{\Delta\theta - 0.082}{0,762}\right)$

$$F-(\Delta\theta) = 7,6 \times 10^{-7} \Rightarrow \Delta\theta_{50-} = -3,6\text{°C}$$

\* \* \*